

## TTP-LS Ronde 2 Oplossingen opdracht 'Kwadratisch verband'

### Opdracht: Kwadratische verband

Gegeven is de tabel bij een kwadratisch verband:

$x$	.....	1	2	3	4	.....	7
$y$		0	-3	-4	-3		?

- Bereken de  $y$ -waarde bij  $x = 7$   
Kun je het antwoord op vraag a op meerdere manieren vinden?
- Bereken de  $y$ -waarde bij  $x = 100$ .

### Mogelijke oplossingen

#### Oplossing 1: Doorrekenen met de tabel

$x$	.....	1	2	3	4	.....	7
$y$		0	-3	-4	-3		?

Het verschil in de  $y$ -waarden is respectievelijk -3, -1, 1, 3 en 5

Het verschil van deze verschillen is telkens 2.

Bij  $x = 7$  moet je dus bij de  $y$ -waarde -3 nog + 3 + 5 + 7 doen. Dus  $y = 12$ .

$x = 100$  vinden is op deze manier tijd tijdrovend,

#### Oplossing 2:

Vanwege symmetrie (immers gegeven is dat bij de tabel een kwadratisch verband hoort) gaat de grafiek ook door het punt (5, 0).

De nulpunten zijn gegeven, dus de formule is van de vorm  $y = a(x - 1)(x - 5)$ .

De  $a$  bepalen door een punt in te vullen, bijvoorbeeld punt (2, -3) levert:

$$a(2 - 1)(2 - 5) = -3$$

$$a \cdot 1 \cdot -3 = -3$$

$$a = 1$$

De bijbehorende formule is  $y = (x - 1)(x - 5) = x^2 - 6x + 5$

Nu kun je  $x = 7$  en  $x = 100$  invullen om de  $y$  te vinden.

Voor  $x = 7$  is  $y = 12$  en voor  $x = 100$  is  $y = 9405$

**Oplossing 3:**

De top van de grafiek ligt bij (3, -4).

De formule is van de vorm  $y = a(x - 3)^2 - 4$

De  $a$  bepalen door een punt in te vullen, bijvoorbeeld punt (1,0) levert:

$$a(1 - 3)^2 - 4 = 0$$

$$4a - 4 = 0$$

$$a = 1$$

Dit levert  $y = (x - 3)^2 - 4$

Nu kun je  $x = 7$  en  $x = 100$  invullen om de  $y$  te vinden.

Voor  $x = 7$  is  $y = 12$  en voor  $x = 100$  is  $y = 9405$

**Oplossing 4:**

Maak een schets van de grafiek bij de tabel. Dan zie je dat de top bij (3, -4) zit.

Dit is een verschuiving van  $\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$  ten opzichte van de grafiek van  $y = x^2$ .

Beide grafieken zijn even breed, dus er staat geen getal voor de  $x^2$  (ofwel:  $a=1$ ).

$y = x^2$  transleren over  $\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$  levert  $y = (x - 3)^2 - 4 = x^2 - 6x + 5$ .

Nu kun je  $x = 7$  en  $x = 100$  invullen om de  $y$  te vinden.

Voor  $x = 7$  is  $y = 12$  en voor  $x = 100$  is  $y = 9405$

**Oplossing 5:**

Je weet  $x_{\text{top}} = \frac{-b}{2a}$

In de tabel zie je dat  $x_{\text{top}} = 3$ , dus  $\frac{-b}{2a} = 3$ , ofwel  $b = -2a$

Omdat de parabool net zo 'breed' is als een standaardparabool  $y = x^2$  weten we dat

$a = 1$ , dus  $b = -6$

$$y = x^2 - 6x + c$$

Nu nog een punt invullen om  $c$  te vinden, bijvoorbeeld punt (1, 0)

$$1^2 - 6 \cdot 1 + c = 0$$

$$-5 + c = 0$$

$$c = 5$$

Dus  $y = x^2 - 6x + 5$

Nu kun je  $x = 7$  en  $x = 100$  invullen om de  $y$  te vinden.

Voor  $x = 7$  is  $y = 12$  en voor  $x = 100$  is  $y = 9405$

### Oplossing 6:

Er geldt voor een kwadratisch verband:  $y = ax^2 + bx + c$

$$(1, 0) \text{ invullen levert } a + b + c = 0, \text{ dus } c = -a - b \quad (1)$$

$$(2, -3) \text{ invullen levert } 4a + 2b + c = -3 \quad (2)$$

$$(3, -4) \text{ invullen levert } 9a + 3b + c = -4 \quad (3)$$

Vergelijking (1) invullen in (2) en (3) levert

$$4a + 2b - a - b = -3 \rightarrow 3a + b = -3 \quad (4)$$

$$9a + 3b - a - b = -4 \rightarrow 8a + 2b = -4 \quad (5)$$

Vergelijking (4) keer -2 en vergelijking (5) keer 1 levert

$$-6a - 2b = 6 \quad (6)$$

$$8a + 2b = -4 \quad (7)$$

$$(6) - (7) \text{ geeft } 2a = 2, \text{ dus } a = 1$$

$a=1$  invullen in (7) geeft

$$8 \cdot 1 + 2b = -4$$

$$2b = -12, \text{ dus } b = -6$$

$$a=1 \text{ en } b=-6 \text{ invullen in (1) geeft } c = -1 - (-6) = 5$$

$$y = x^2 - 6x + 5$$

Nu kun je  $x = 7$  en  $x = 100$  invullen om de  $y$  te vinden.

Voor  $x = 7$  is  $y = 12$  en voor  $x = 100$  is  $y = 9405$

### Oplossing 7:

$x$	.....	1	2	3	4	.....	7
$y$		0	-3	-4	-3		?

Kijk naar de tabel. Bij  $x = 5$  hoort  $y = 0$  (symmetrie)

$$\text{Van 3 naar 4} \rightarrow +1 \rightarrow 1^2$$

$$\text{Van 3 naar 5} \rightarrow +4 \rightarrow 2^2$$

$$\text{Dus van 3 naar 6} \rightarrow +9 \rightarrow 3^2$$

$$\text{En van 3 naar 7} \rightarrow +16 \rightarrow 4^2$$

$$\text{Van 3 naar 100} \rightarrow +97^2$$

$$\text{Dus voor } x = 7 \text{ is } y = -4 + 16 = 12 \text{ en voor } x = 100 \text{ is } y = -4 + 97^2 = 9405$$