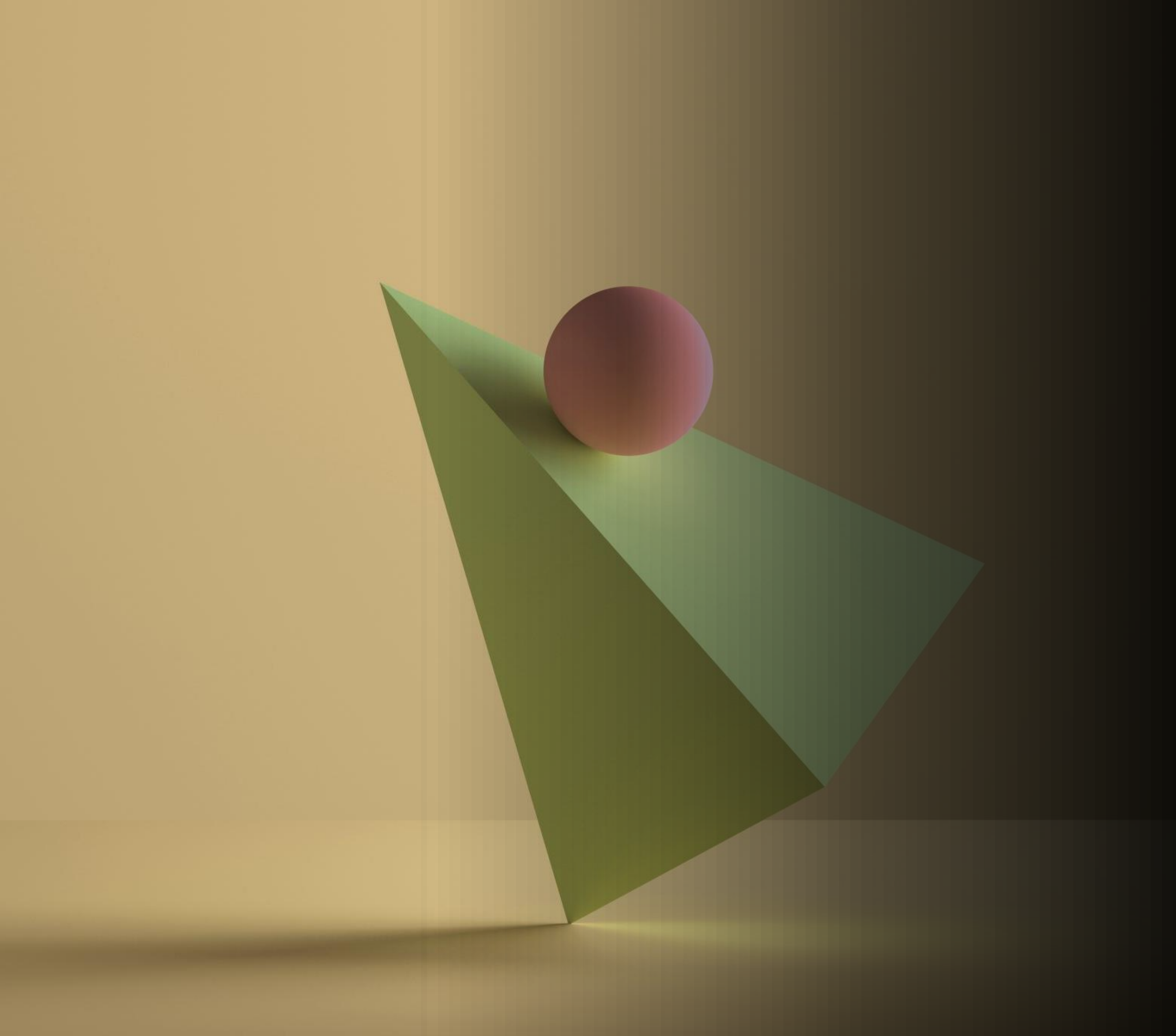
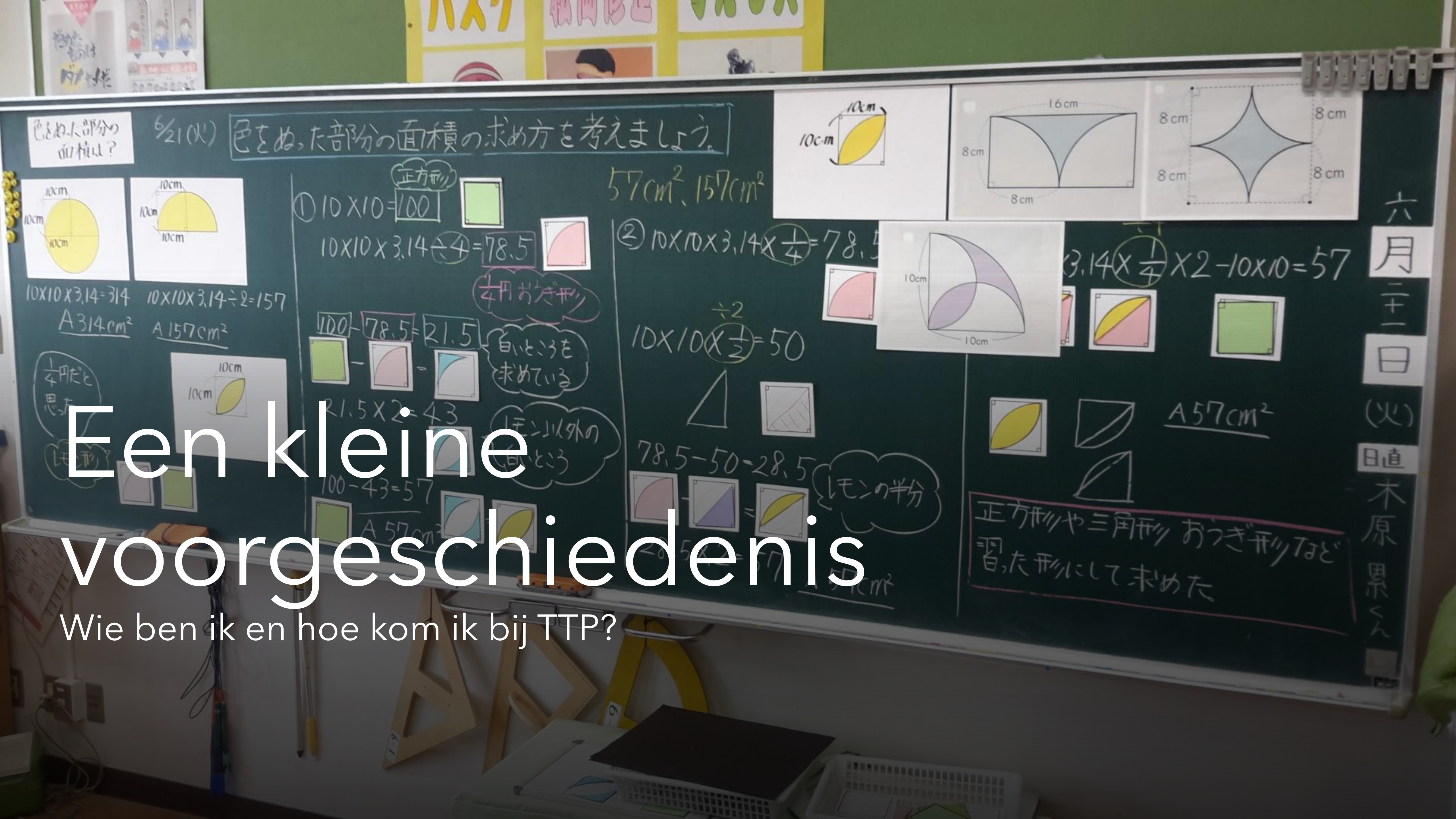


TTP 2.0

Hoe kun je TTP inzetten bij lessen differentiaal- en integraalrekening?

Inhoud

- Een korte introductie (10 minuten)
- In groepjes aan de slag met twee TTP vragen (25 minuten)
- In groepjes zelf een opgave maken (15 minuten)
- Uitwisselen en afsluiten (10 minuten)



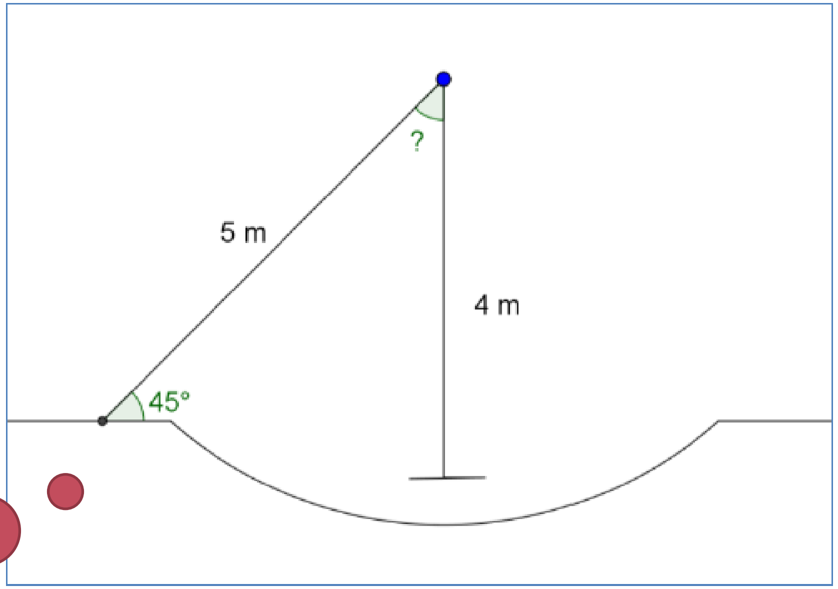
Een kleine voorgeschiedenis

Wie ben ik en hoe kom ik bij TTP?

Leeuwarder Lyceum (2017)

Voor welk stukje theorie zou deze opdracht ontworpen zijn?

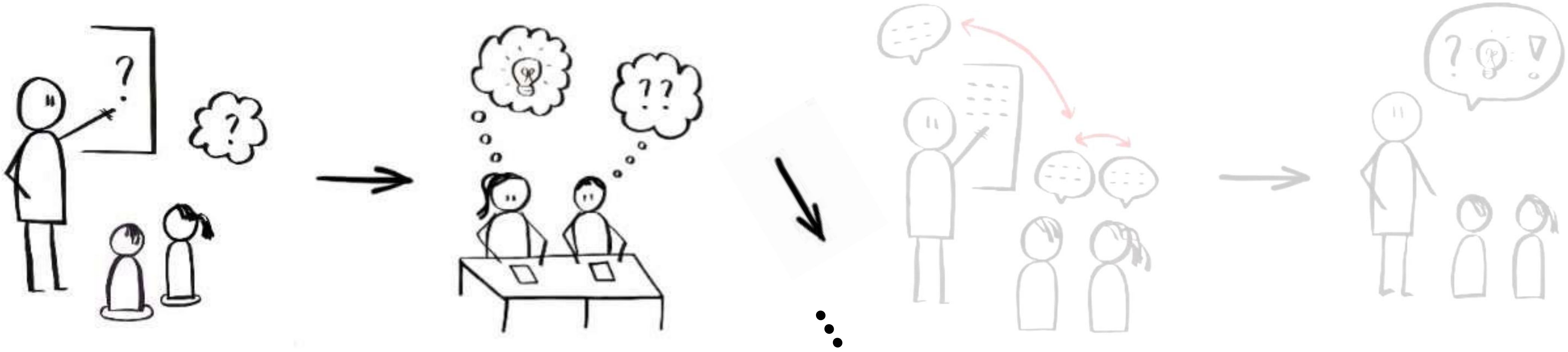
Vwo 4 wiskunde B §4.2 theorie B



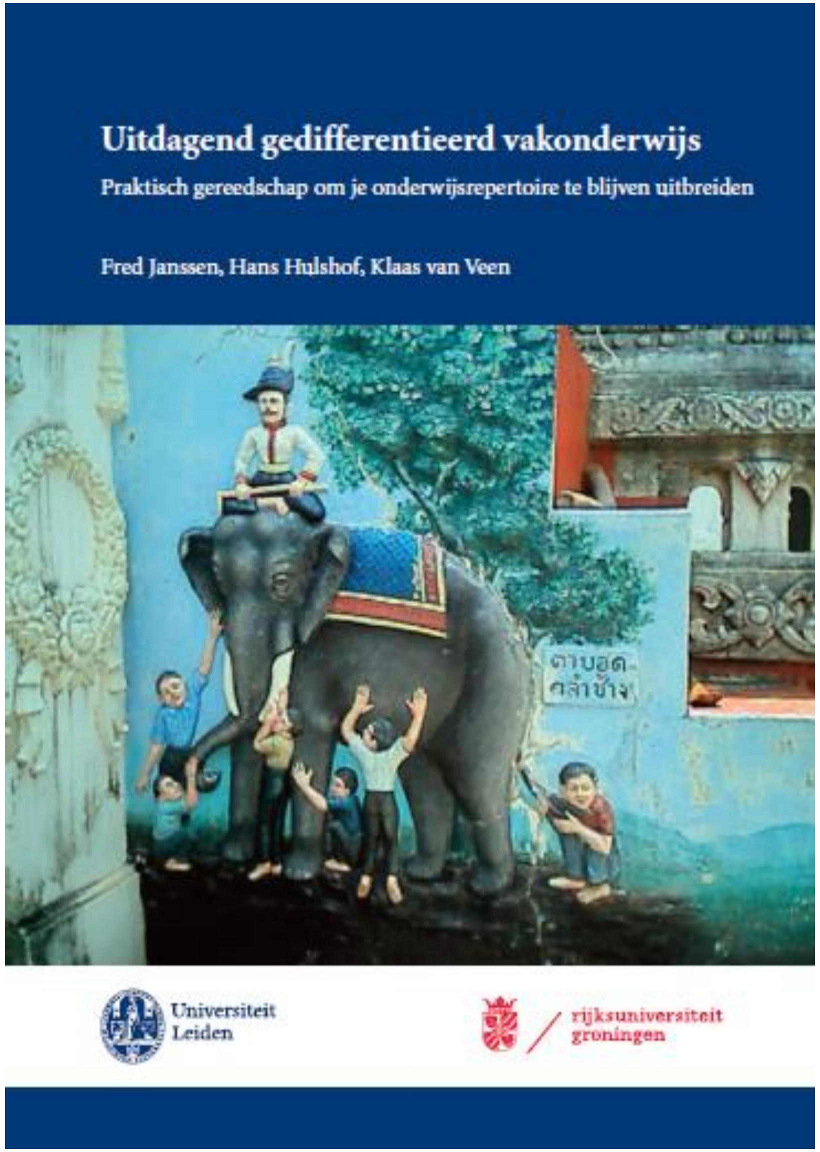
Voor een speeltuin heeft een kunstenaar een schommel ontworpen. De schommel bestaat een ijzeren staaf van 5 m lang, die onder een hoek van 45° de grond uit komt. Aan het uiteinde van deze staaf is een schommel aan een touw van 4 m lang bevestigd. Om niet gelijk op de grond te zitten is er een kuil onder de schommel gegraven.

Onder welke twee tophoeken komt de schommel weer boven de grond uit?

Alvast een kleine nuance…



Oude wijn in nieuwe zakken?



Hele taak eerst door omdraaien

“In veel reguliere lessen wordt vaak eerst uitleg gegeven over de stof al dan niet aan de hand van een uitgewerkt voorbeeld, vervolgens krijgen leerlingen deeltaken waarmee ze onderdelen van de leerstof kunnen oefenen. Als leerlingen al werken aan een hele taak, waarin het grootste deel van de leerstof moet worden toegepast in een nieuwe situatie, dan wordt deze taak doorgaans pas aan het eind van de les of lessenserie aangeboden. De ‘hele taak eerst’-regel nodigt je uit om deze volgorde om te draaien en dus les(-sen) met de introductie van de hele taak te beginnen.”

Voordelen voor leerlingen

Voordelen van 'hele taak eerst' voor leerlingen

- Leerlingen worden inhoudelijk gemotiveerd voor de komende leerstof: jouw lesdoel wordt als het ware een vraag voor de leerling.
- Een hele taak nodigt leerlingen uit om relevante voorkennis en vaardigheden te activeren, zodat hierop makkelijker kan worden voortgebouwd.
- De taak fungeert als het opbouwen van een mentale kapstok die betekenis verleent aan specifieke kennis, deelvaardigheden en deeltaken.
- Leerlingen weten vanaf het begin concreet wat ze aan het eind van onderwijs moeten kennen en kunnen: de hele taak adequaat kunnen uitvoeren.
- Leerlingen oefenen ook in de lessen met wat uiteindelijk van hen wordt verwacht.
- Leerlingen ontdekken al snel wat ze nog niet kennen en kunnen en weten dus wat ze nog moeten leren.
- Starten met de doorgaans complexere hele taak zorgt ervoor dat de lessen ook voor leerlingen die meer kunnen vanaf het begin uitdagend is.

Quote ITESS student

“I liked the TTP questions in the beginning. They were difficult but after the lesson looking at them again makes so much more sense. It made it feel like you really learned something in class :)”

TTP 2.0

Op welke wijze kan je een openingsvraag inzetten, om de studenten alvast na te laten denken over de in de les te behandelen stof?

Differentiaal- en integraalrekening op de lerarenopleiding

3.1	Gemiddelde snelheid en snelheid op een bepaald moment. Raaklijnen. Limieten en regels voor limieten.
3.2	Continuïteit Limieten voor $x \to \infty$, Asymptoten tot 'precise definitie' Afgeleide voor $x = a$ en afgeleide functie
3.3	Afgeleide als een functie Afgeleiden va
3.6	Afgeleiden van logaritmische functies (tot logaritmisch differentiëren) Extrema, grafiekverloop en buigpunten. **(maak een selectie van de opgaven)**
3.7	Parameterkrommen
3.8	Modelleren: toepassingen van de afgeleide

	Meiva
4.3	Substitutieregel Goniometrische integralen
4.4	Oppervlakte tussen krommen Omwentelingslichamen
T3h	Hertenta
4.6	Partiele integratie Integratie m.b.v. breuksplitsen Strategie bepalen voor integreren
4.7	Oneigenlijke integralen Booglengte

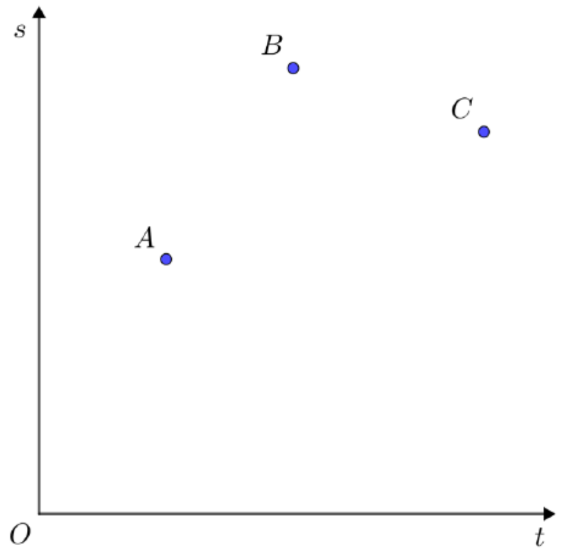
Hoe verzin je TTP vragen voor al deze onderwerpen?

Zelf aan de slag met een voorbeeld

3.1	Gemiddelde snelheid en snelheid op een bepaald moment. Raaklijnen. Limieten en regels voor limieten.

Opgave 1

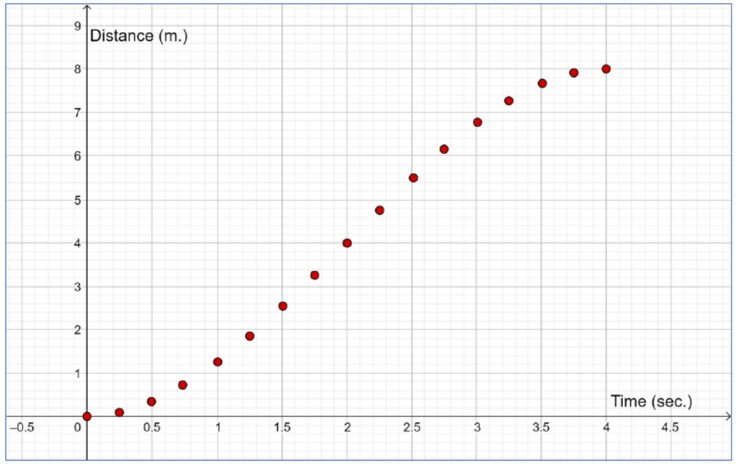
Adriaan, Bassie en Cees maken onafhankelijk van elkaar een wandeling. Met een hardloophorloge kijken ze aan het einde van de wandeling welke afstand ze hebben gelopen en hoe lang ze er over hebben gedaan. Ze zetten de uitkomsten in een assenstelsel, met de tijd (t) op de horizontale as en de afstand (s) op de verticale.



Wie had de hoogste gemiddelde snelheid? En wie de laagste?

Opgave 2

Voor het vak differentiaal- en integraalrekening loopt de docent van de ene kant van het lokaal, naar de andere kant. Tijdens zijn loopje wordt zijn afstand vanaf het startpunt bijgehouden door een sensor, gekoppeld aan een afstand-tijd-diagram.



a) De gemiddelde snelheid over het gehele stuk is

$$v_{gem} = \frac{afstand}{tijd} = \frac{8}{4} = 2\,m/s$$

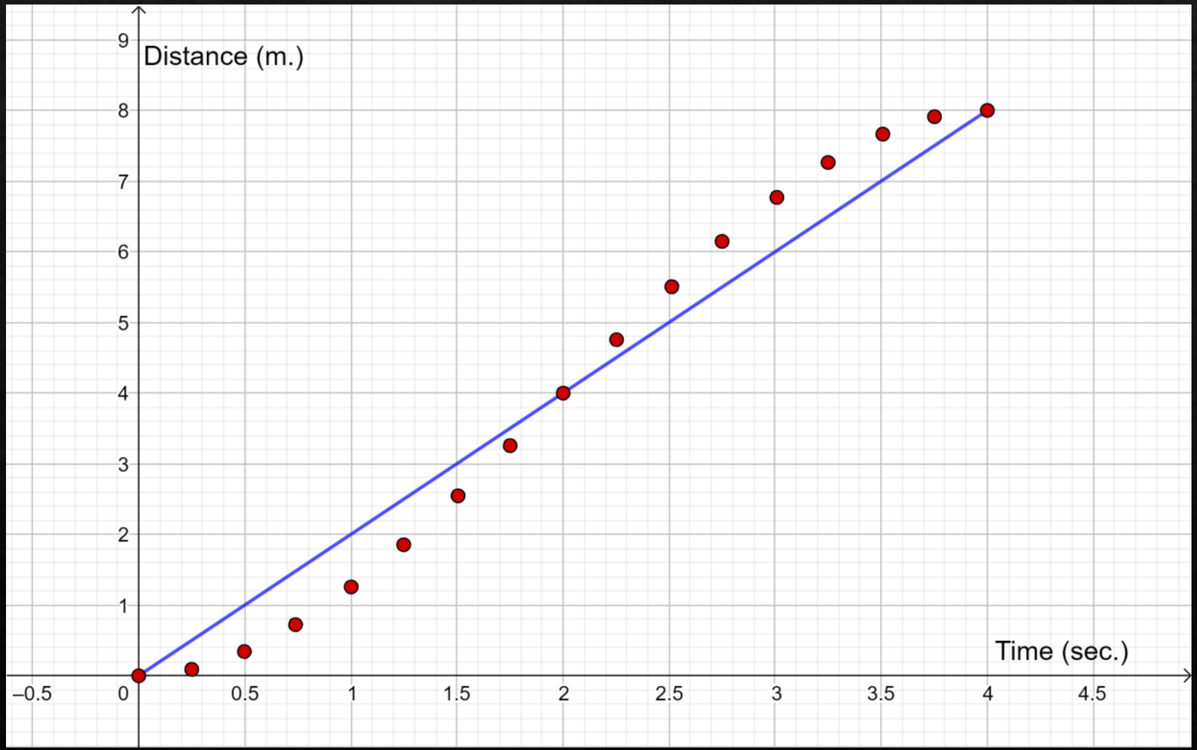
Geef nog twee verschillende tijdsintervallen, waarop de gemiddelde snelheid ook $2\,m/s$ was.

b) Bepaal zo nauwkeurig mogelijk de snelheid van de docent op $t = 3$.

c) Op welk tijdstip was de snelheid het hoogst? Hoe zie je dit terug in het afstand-tijd-diagram?

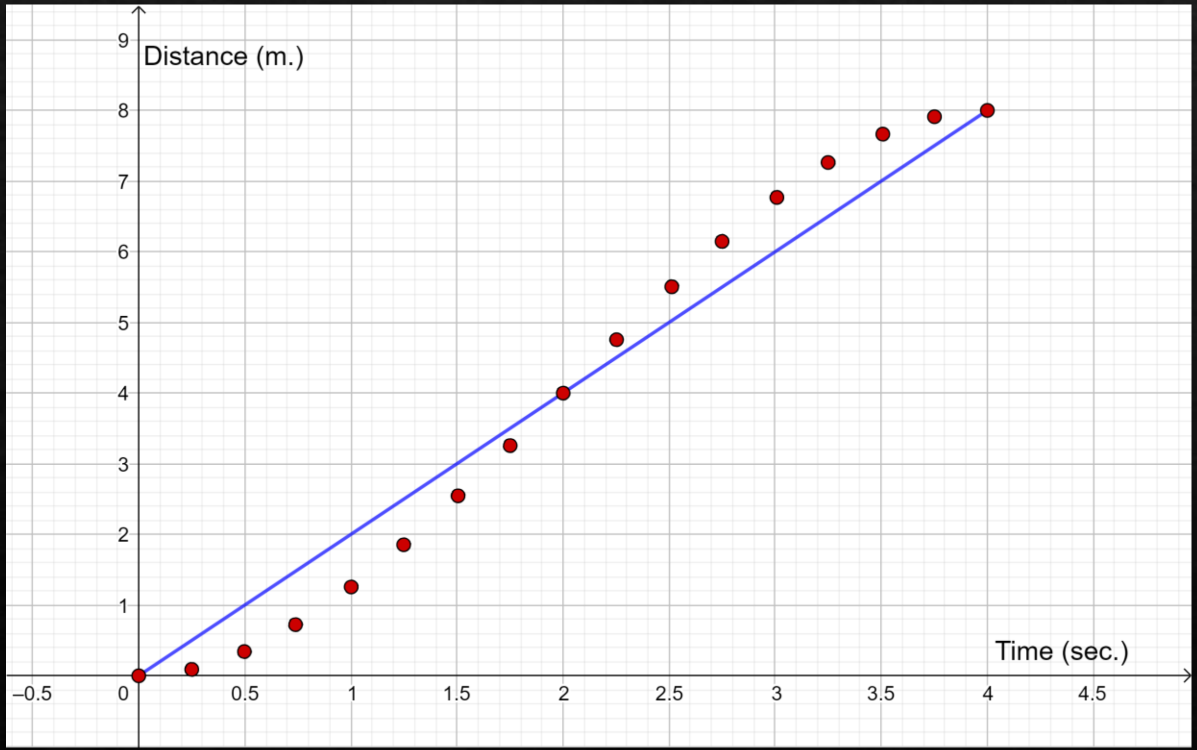
Deel van het college

De helling van de snijlijn



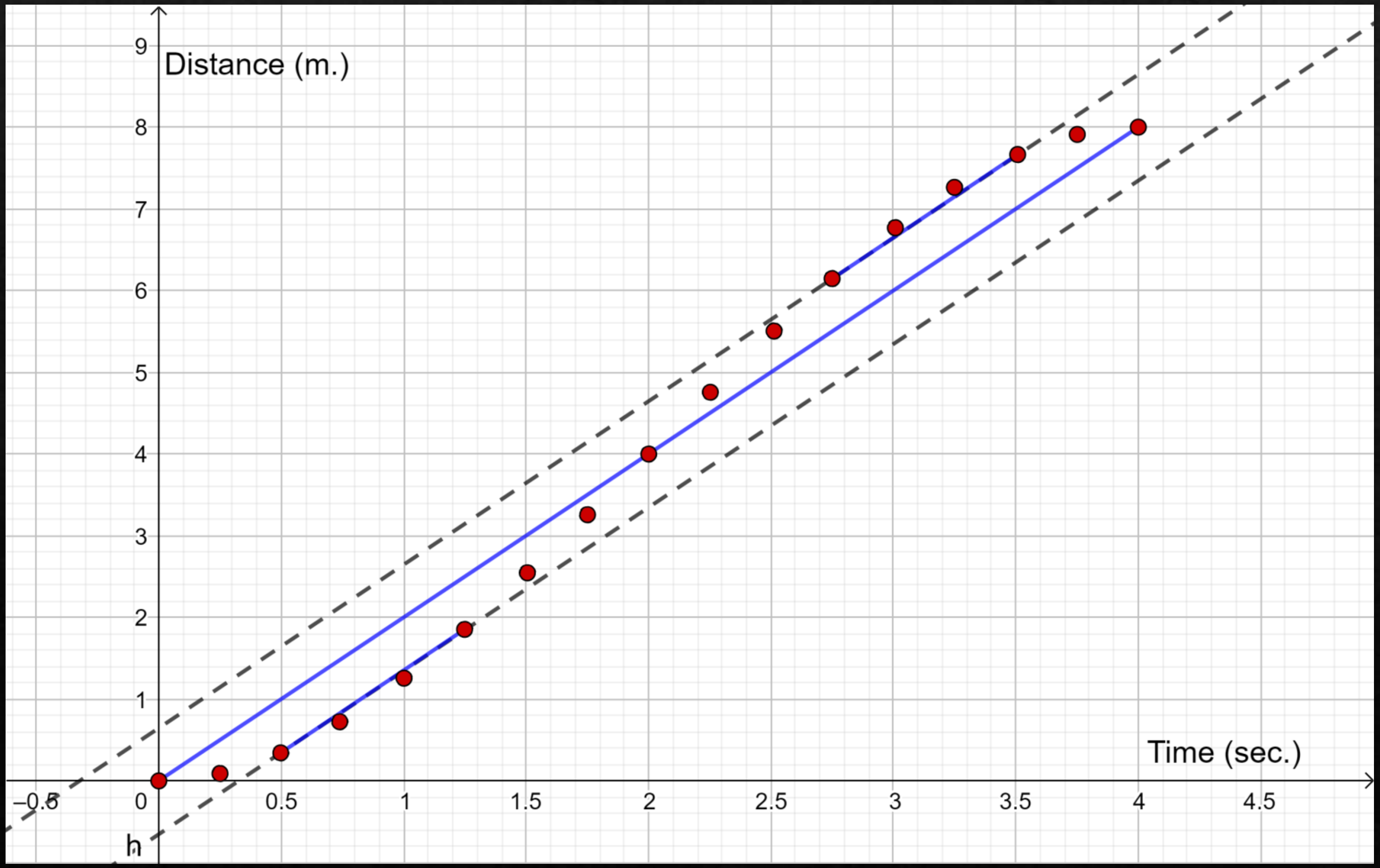
Wat vertelt de helling van de snijlijn je over de gemiddelde snelheid?

De helling van de snijlijn



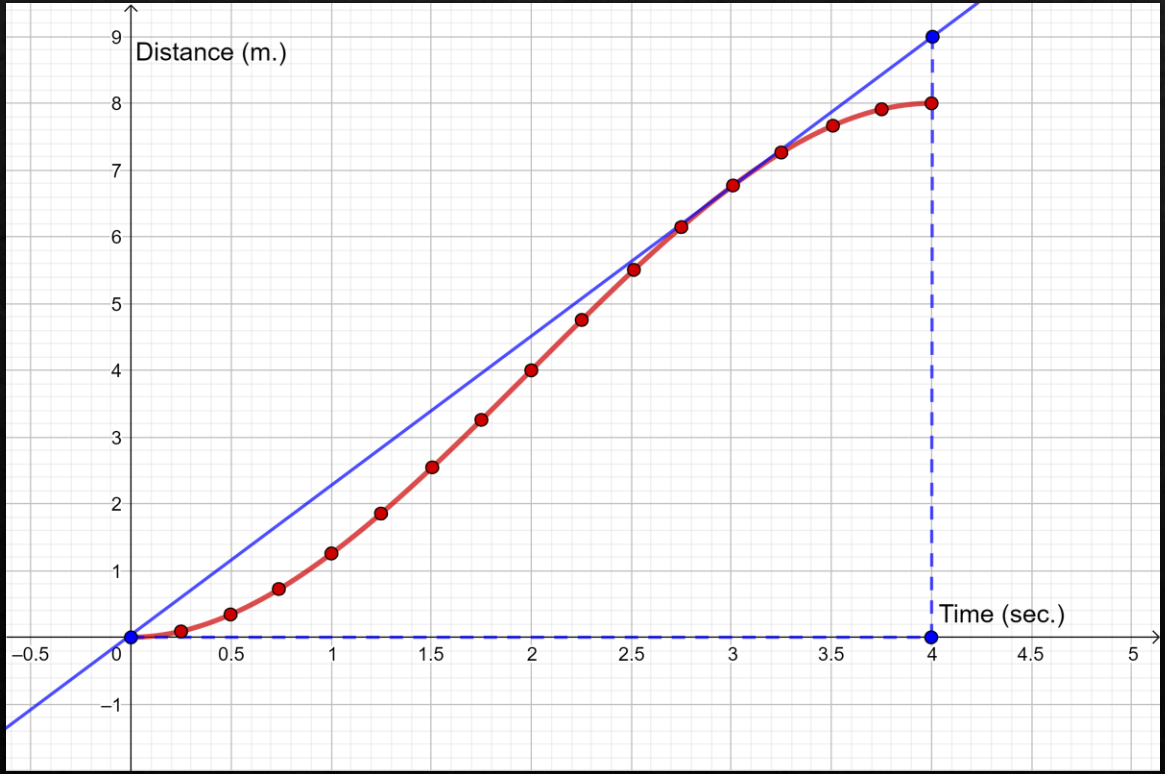
- ❖ $v_{gem} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{8}{4} = \frac{4}{2} = 2\, m/s\,.$
- ❖ De helling (slope) van de snijlijn (secant line) OB is 2 (m/s).
- ❖ De helling van de snijlijn OA is 2.
- ❖ De gemiddelde verandering (average change) op het interval [0,4] is 2.
- ❖ De gemiddelde verandering op het interval [0,2] is 2.
- ❖ $\Delta s/\Delta t$ op het interval [0,4] is 2.
- ❖ …

Ieder interval dezelfde gemiddelde verandering



- [0,2]
- [2,4]
- [0.5,1.25]
- [2.75,3.5]
- …

Snelheid op $t = 3$

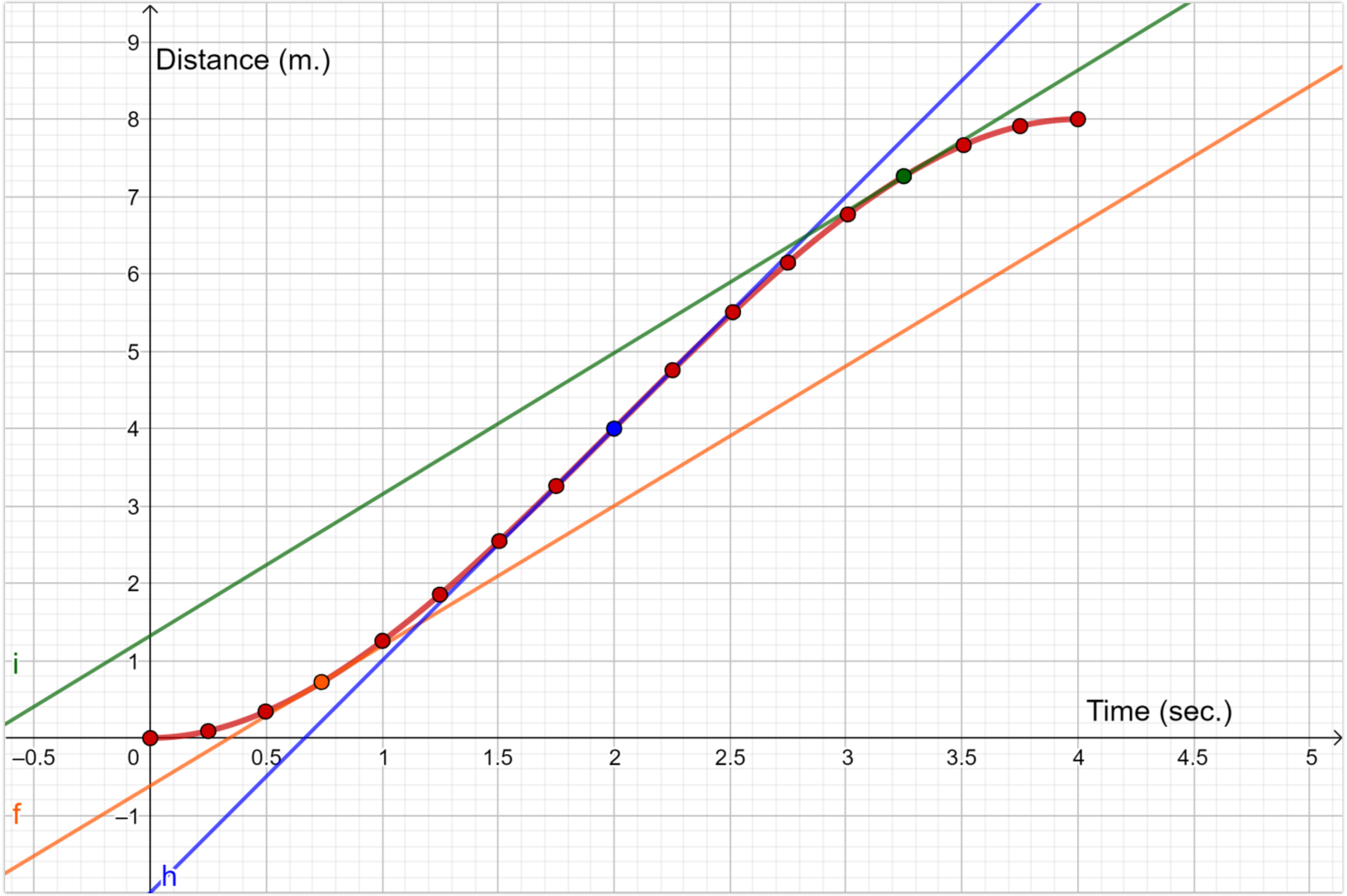


Met behulp van een (geschatte) raaklijn kom je op:

$$v(3) \approx \frac{9}{4} = 2.25\, m/s$$

De hoogste snelheid vindt plaats daar waar de helling van de grafiek het steilst is.

Dus, op $t = 2$



Korte bespreking

Richtvragen:

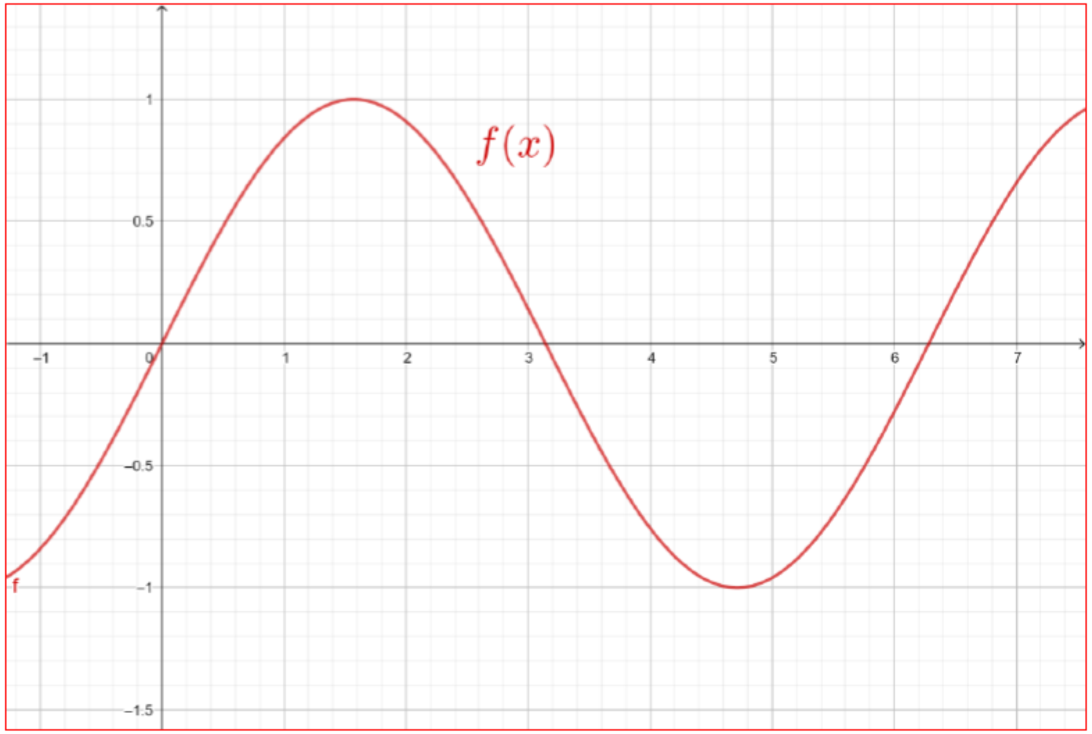
- Wat vind je van de opgave?
- Welke doelen worden behaald met de opgave?
- Welke aanpassingen zijn nog mogelijk?

Zelf aan de slag met een voorbeeld

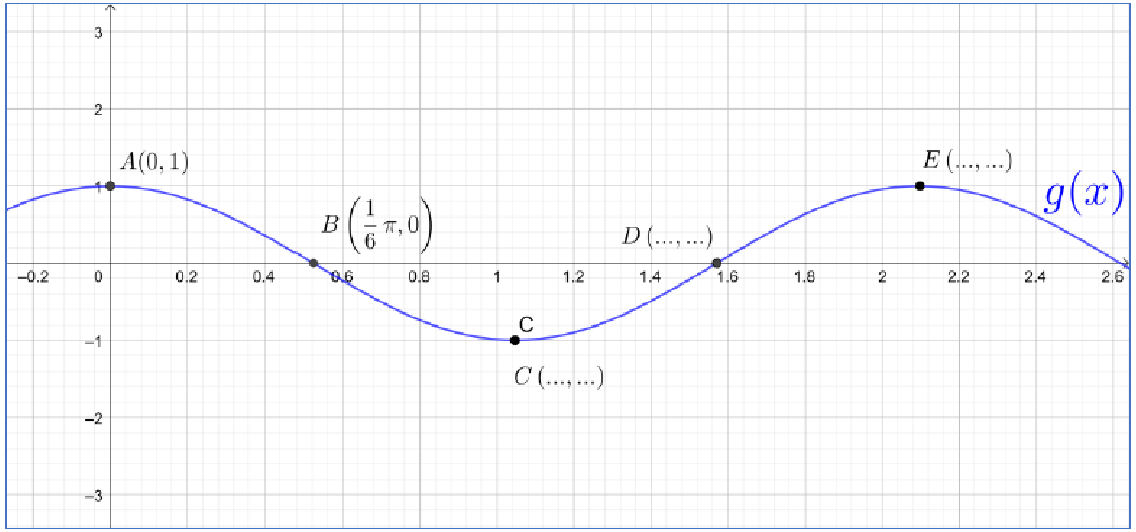
3.4	Afgeleiden van goniometrische functies De kettingregel Impliciet differentiëren

TTP differentiaal en integraalrekening: Les 4 (goniometrie en de kettingregel)

Gegeven is de grafiek van de functie $f(x) = \sin(x)$. Teken de hellinggrafiek en bepaal met behulp van deze hellinggrafiek de afgeleide van $f(x)$.

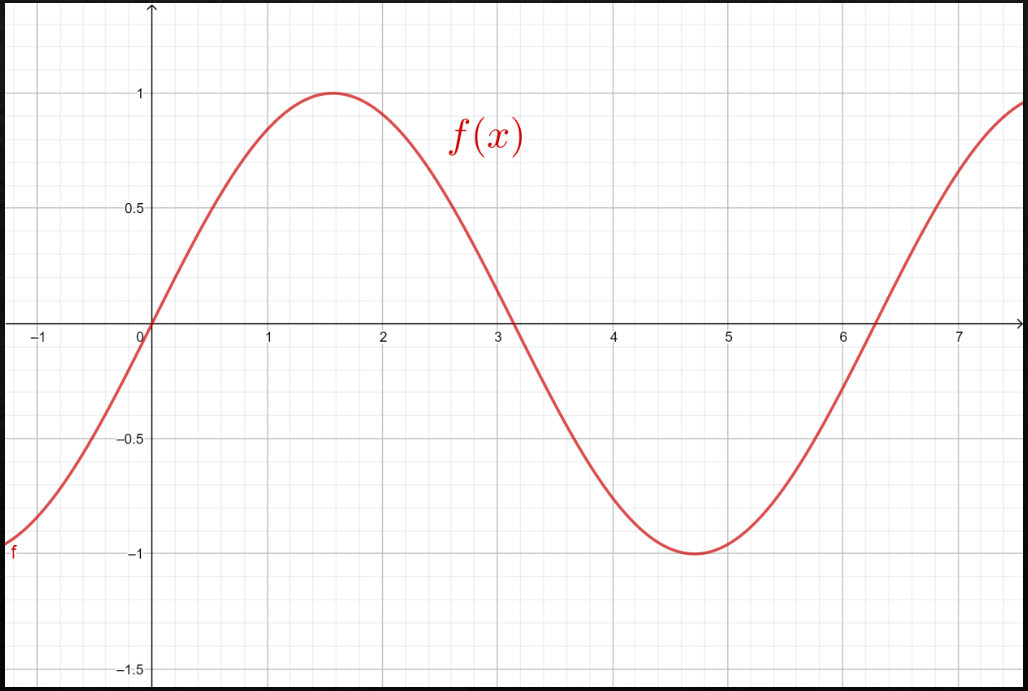


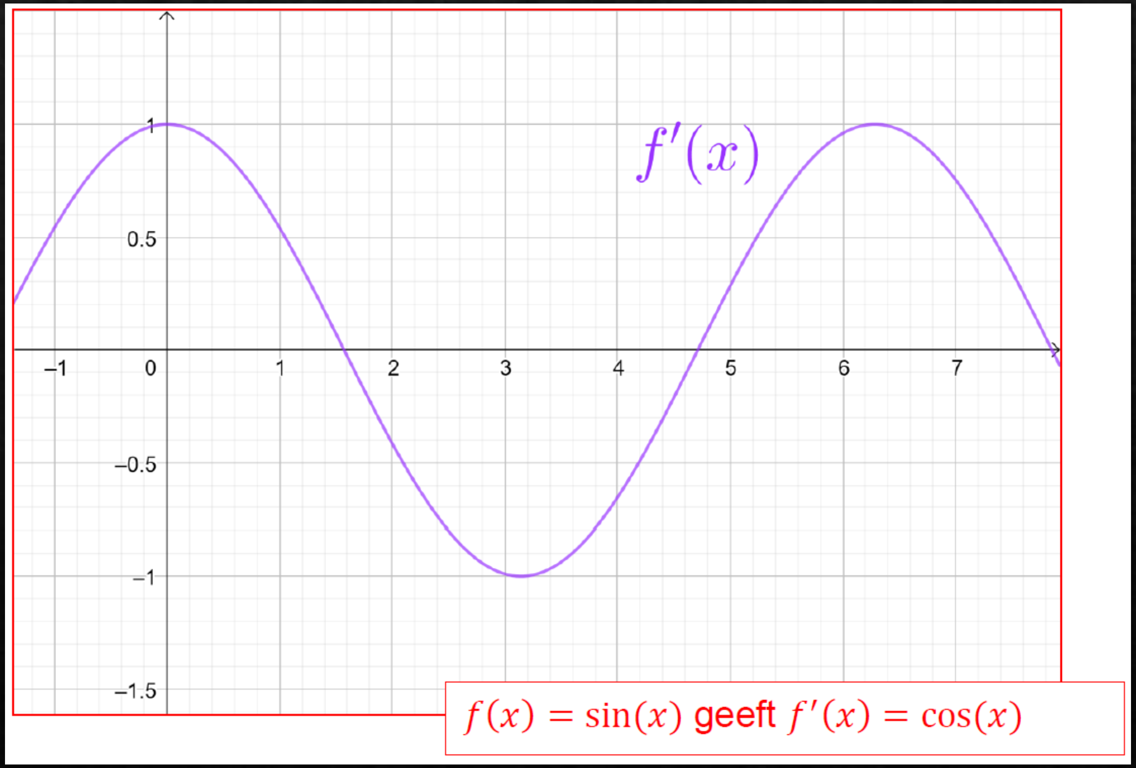
Gegeven is de grafiek van de functie $g(x) = \cos(3x)$. Vul de coördinaten van de punten C, D en E in. Teken de hellinggrafiek door op de aangegeven punten zo nauwkeurig mogelijk de helling van de grafiek te bepalen. Kun je op basis hiervan een schatting geven van de afgeleide van $g(x)$?



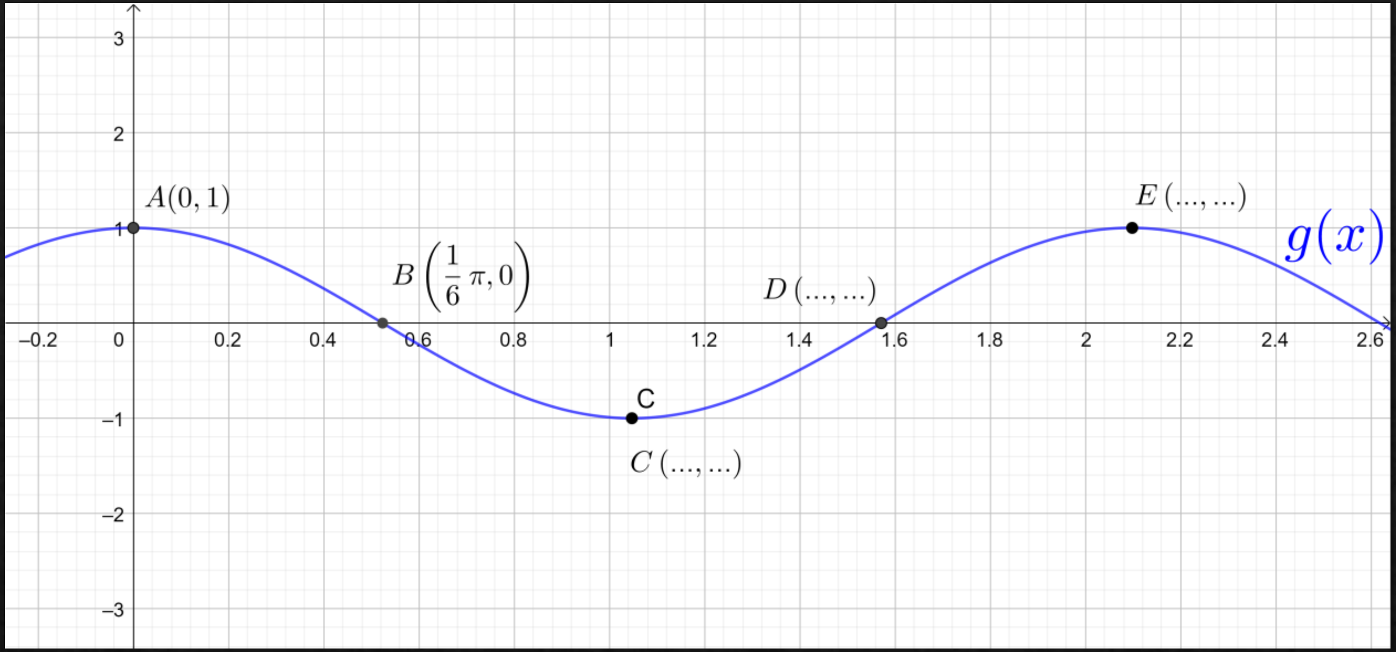
Deel van het college

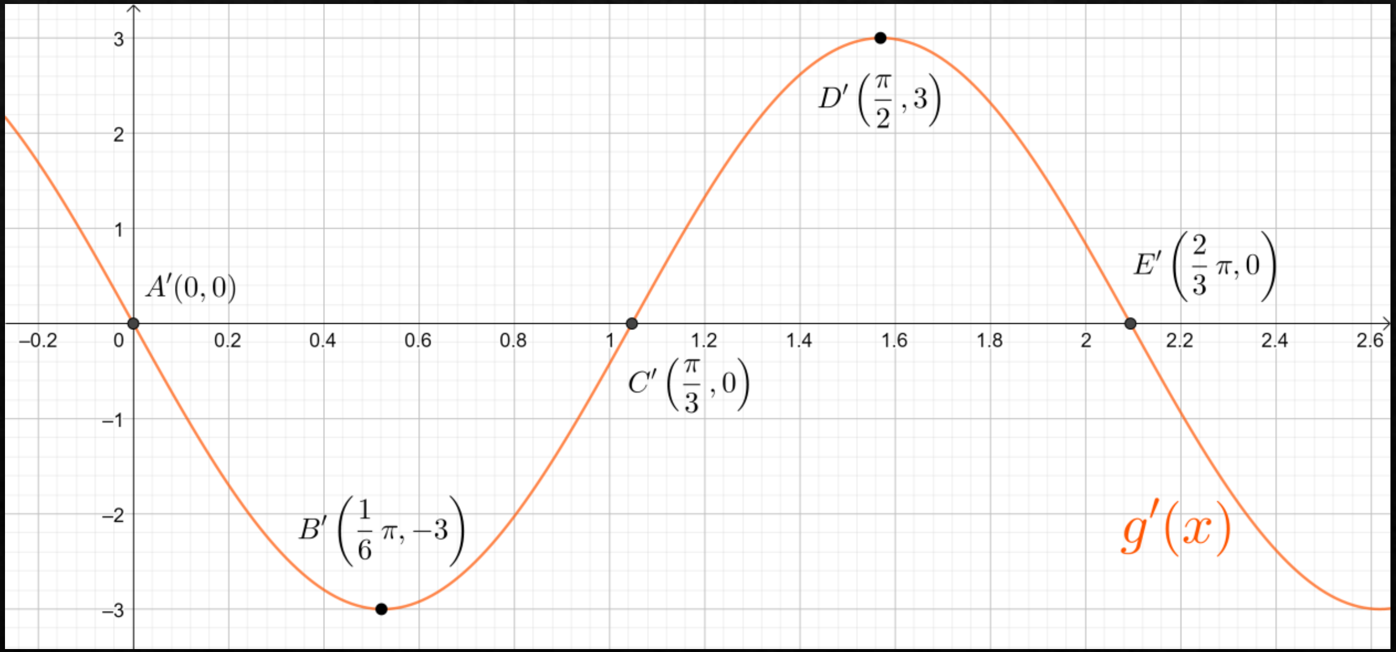
TTP opdracht





TTP opdracht





$g(x) = \cos(3x)$ geeft $g'(x) = -3\sin(3x)$

Korte bespreking

Richtvragen:

- Wat vind je van de opgave?
- Welke doelen worden behaald met de opgave?
- Welke aanpassingen zijn nog mogelijk?

In groepjes een TTP 2.0 opgave maken

Maak zelf een (eerste aanzet voor een) TTP 2.0 opdracht over "**de kettingregel**", waarbij zowel voorkennis wordt opgehaald, het denken wordt bevorderd en studenten aangezet worden tot het zelf uitvinden van een stukje theorie. Je kunt eventueel gebruik maken van het materiaal "Hele taak eerst door omdraaien" van Peter Kop en Anne van Streun, of de voorgaande TTP opgave uitbreiden.

Uitwisselen

Einde

Vragen?