



Nummerpiramides* – Patronen

Doelgroep en aansluiting

- Niveau: **Brugklas havo/vwo**
- Onderwerp: **(Woord)formules opstellen & patroonherkenning**
- Kerndoel(en): Geactualiseerde concept Kerndoelen rekenen en wiskunde (SLO, 2023)
 - **Kerndoel 1:** De school stimuleert een wiskundige attitude van leerlingen.
 - **Kerndoel 5:** De leerling analyseert en redeneert over patronen en verbanden.
 - **Kerndoel 8:** De leerling lost wiskundige problemen en toepassingsproblemen op.
- Lesdoelen:
 - Leerlingen leren het herkennen, beschrijven en voortzetten van een patroon
 - Leerlingen kunnen het patroon beschrijven door een variabele te introduceren
- Lesduur: **45 – 60 minuten**
- Benodigdheden:
 - **Werkblad – Nummerpiramides**

(* Gebaseerd op <https://nrich.maths.org/problems/more-number-pyramids>

Het probleem

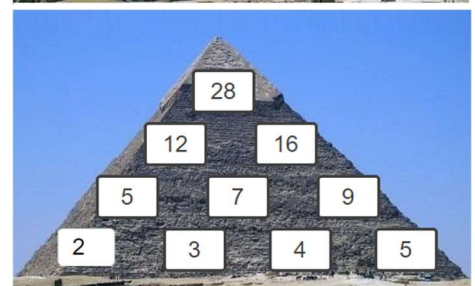
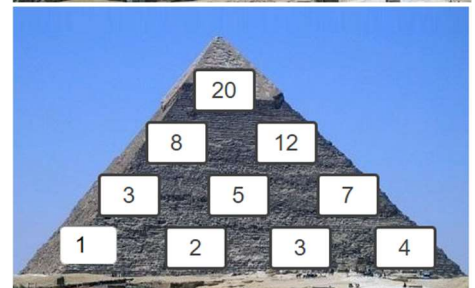
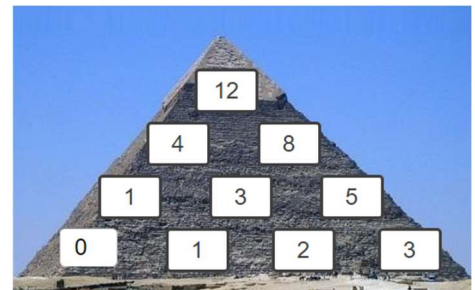
In de nummerpiramide kun je het nummer in het vak **linksonder** aanpassen, en dan veranderen alle andere nummers. Je ziet hiernaast een aantal verschillende piramides.

1. Welk getal komt in de top als het getal linksonder een **7** is?
2. Welke patronen herken je?

Hier zijn enkele vragen om over na te denken:

3. Als ik je het getal linksonder geef, kun je dan het bovenste getal berekenen zonder de middelste lagen uit te werken?
4. Als ik je het getal bovenaan geef, bijvoorbeeld 84, kun je dan een snelle manier vinden om het getal linksonder te berekenen?
5. Kun je je denken uitleggen door algebra (letters) te gebruiken?

Afbeeldingen zijn gemaakt met de interactieve tool op de website <https://nrich.maths.org/problems/more-number-pyramids>



Aan de slag!

Fase & tijd	Instructiestappen	Aandachtspunten
Inleiding 2 – 3 min.	Waarom gaan we deze activiteit doen: Zoeken naar patronen, vermoedens formuleren, je vermoeden onderbouwen.	
Begrijp het probleem 8 – 10 min.	Introduceer de opdracht en vraag naar het getal in de top als het getal linksonder 7 is? Deel eventueel het werkblad uit. Je krijgt een opdracht over deze nummerpiramides. Straks zal ik vragen om je ideeën over deze piramides, de patronen die je hebt ontdekt, en alle vragen die zijn gerezen, te delen.	Als je de interactieve tool gebruikt kun je de vraag stellen: "Straks ga ik linksonder het cijfer 7 intypen. Kun je voorspellen wat er zal gebeuren?" Geef tweetallen wat tijd om te bespreken en te beslissen, en laat dan zien wat er gebeurt. Je kunt ook beslissen om geen werkblad uit te delen, om het zelf schetsen en verkennen van het probleem te bevorderen.
Probeer het probleem op te lossen. 10 – 13 min.	Laat de leerlingen werken aan de taak 2, 3 en 4 op het werkblad .	Mogelijk ontdekken leerlingen eerst de patronen per rij. Later kun je vragen hoe het eerste getal in elke rij gevonden kan worden.
Klassikaal bespreken 10 – 13 min.	Bespreek patronen die leerlingen hebben ontdekt.	Begin met patronen die gaan over de toenames in horizontale rijen. Vervolgens de vraag of een leerling kan vertellen hoe je het begingetal van een rij kunt vinden.
Klassikaal bespreken 10 – 13 min.	Bespreek patronen die leerlingen hebben ontdekt.	Begin met patronen die gaan over de toenames in horizontale rijen. Vervolgens de vraag of een leerling kan vertellen hoe je het begingetal van een rij kunt vinden.
Eventueel uitbreiden +10-15 min	Zie opdrachten bij uitbreiding	
Samenvatten & afsluiten 5-8 min.	Vraag elke leerling om op te schrijven wat ze geleerd hebben en welke idee van een andere leerling ze goed vonden. Vat eventueel zelf één of twee belangrijke boodschappen van de les samen.	Zie ook 'ondersteuning voor de docent'

Ondersteuning voor de docent

Waarom dit probleem?

Als je gebruikt maakt van de nummerpiramides op de NRich-site gebruik je interactiviteit in het probleem om de nieuwsgierigheid van leerlingen te wekken. Leerlingen kunnen experimenteren, patronen zoeken, vermoedens formuleren en uitleggen wat het opvalt om hun vermoedens te bewijzen. Het probleem kan leiden tot het gebruik van algebraïsche technieken, waarbij de variabelen een duidelijke betekenis hebben.

Probleemoplossingsvaardigheden

Je kunt aandacht hebben voor:

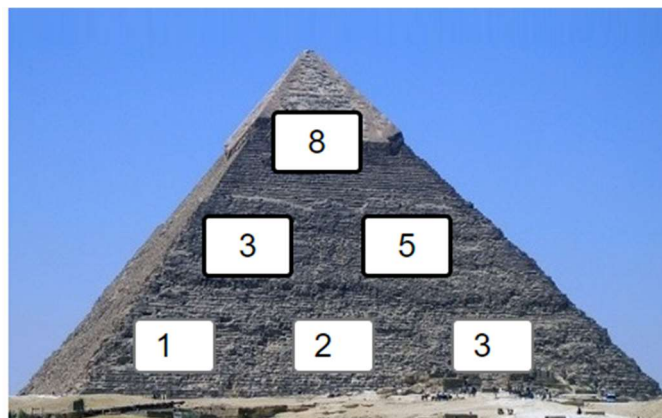
- Probeer eerst getallenvoorbeelden uit, zodat je het systeem in de piramide door krijgt.
- Het kan helpen om eerst een kleinere piramide (3 hoog) te begrijpen, voordat je de grotere piramide bekijkt.
- Er is maar één getal dat je laat variëren. Als je die x noemt, kun je op zoek gaan naar de formules voor elk vak. Je kunt je formule controleren door naar ingevulde piramides te kijken.
- Schematisch opschrijven kan helpen om de formule te vinden

Linksonder	0	1	2	3	4	...
Top	12	20	28	36	44	...

Differentiatie

Ondersteuning:

Mogelijk kunnen leerlingen eerst zoeken naar patronen in een kleinere nummerpiramide



Uitbreiding:

- Zijn je inzichten nog steeds van toepassing als je negatieve getallen of decimalen gebruikt?
- Kun jij wat je hebt ontdekt over piramides met vier lagen aanpassen aan grotere piramides?
- Wat als de cijfers op de onderste laag in stappen van 2 omhoog gaan? Of in stappen van 3?

Oplossingen van leerlingen

Observaties in de les Getallenpiramides:

- Leerlingen zagen in de piramide heel snel een patroon (eerst alleen en daarna in tweetal overleggen).
- Het patroon dat ze zien gaat over de toename in de rijen.
- Niemand kwam zelf op het idee om letter rekenen toe te passen.
- Toen ik links onderin x introduceerde zagen meerdere leerlingen wel hoe je dat kon gebruiken voor het patroon.
- Met een negatief getal linksonder kwamen ze ook een heel eind.

Oplossingsrichtingen van de leerling	Ondersteuning van de docent
<p>A</p> <p>alles plus</p>	<p>Vragen naar hoe het eerste getal in elke rij kan vinden.</p>
<p>B</p> <p>$z = x + y$ $y = z - x$ $x = z - y$</p>	<p>Als het getal in het hoekje x is, hoe kun je dan de getallen in andere vakjes vinden.</p>

Andere oplossingsrichtingen van de leerlingen:

de twee cijfers die onderaan staan zijn opgeteld het cijfer wat er boven staat

wat er bij komt wordt steeds verdubbeld

$\begin{matrix} \text{Rij 1} & + 1 & \rightarrow \\ \text{Rij 2} & + 2 & \rightarrow \\ \text{Rij 3} & + 4 & \rightarrow \end{matrix}$

$x + 2 + 1$ daar \nearrow