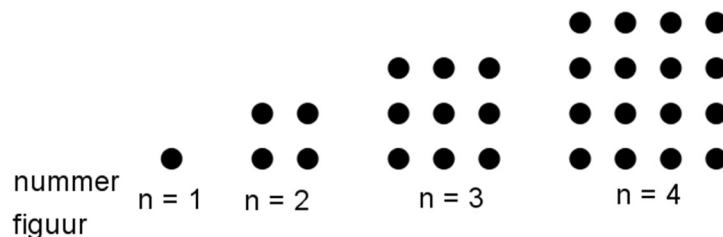


Stippen in het kwadraat – formules

Doelgroep en aansluiting

- Niveau: **Brugklas vmbo/havo/vwo**
- Onderwerp: **Kwadratische verbanden**
- Kerndoel(en): Geactualiseerde concept Kerndoelen rekenen en wiskunde (SLO, 2023)
 - **Kerndoel 8:** De leerling herkent en representeert patronen en verbanden.
 - **Kerndoel 9:** De leerling lost wiskundige problemen en toepassingsproblemen op.
- Lesdoelen:
 - Leerlingen kunnen zelf ontdekken en uitleggen dat het aantal stippen A in een vierkant patroon gelijk is aan $A = n^2$.
 - Leerlingen kunnen de basisregel $A = n^2$ gebruiken om bij andere stippenpatronen uit te leggen wat de bijpassende formule is.
 - Leerlingen kunnen de berekening zien als een wiskundige uitdrukking die algemeen gebruikt kan worden om het aantal stippen uit te rekenen, zonder de stippen te tellen.
 - Leerlingen kunnen in een kwadratische formule waarden voor x (hier n) invullen, en waarden voor y (hier A) uitrekenen.
- Lesduur: **45 – 60 minuten** (mogelijk het laatste werkblad in een tweede les bespreken)
- Benodigheden (zie website tppwiskunde.nl):
 - **Werkblad – Stippen in het kwadraat**

Het probleem 1



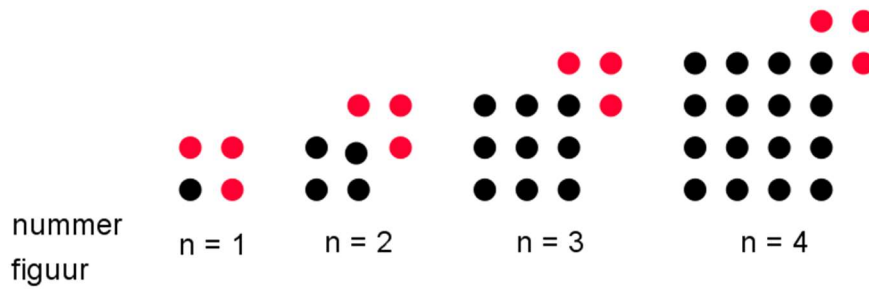
Je ziet hierboven de eerste vier figuren van een stippenpatroon. Zoals je ziet staat in het figuur met nummer 1 precies 1 stip. Ook van figuur met nummer 2, 3 en 4 zie je het aantal stippen.

- Hoeveel stippen staan er in figuur 4?
- En figuur 7?
- Hoe kun je met een formule of regel het aantal stippen in figuur met nummer n uitrekenen.

Extra (voor als je klaar bent met a, b en c):

- Bereken welk nummer hoort bij de figuur met 121 stippen?
- Bestaat er zo'n figuur met 1000 stippen? Leg uit.

Het probleem 2



Je ziet hierboven de eerste 4 figuren van een ander stippenpatroon. Je kijkt naar het totaal aantal stippen (zwart en rood) in de figuren.

- Bereken hoeveel stippen er in figuur met $n = 10$ staan?
- Welke formule hoort bij het totaal aantal stippen van deze figuur:
 - Formule 1: $A = 3n + 1$
 - Formule 2: $A = n^2 + 3$
 - Formule 3: $A = (n + 3)^2$

EXTRA (voor als je klaar bent met a en b):

- Is er een figuur met 84 stippen? Leg je antwoord uit.
- Kan de formule $A = (n + 1)^2 - 2n + 2$ ook bij de figuur horen? Leg uit.

Aan de slag! (1/2)

Fase & tijd	Instructiestappen	Aandachtspunten
Inleiding 2 - 5 min.	We werken met verschillende stippenpatronen. We gebruiken die om de betekenis van een kwadratische formule goed te begrijpen.	Belangrijk concept in deze les is: Als je het <i>nummer</i> invult kun je het <i>aantal stippen</i> uitrekenen.
Begrijp het probleem 3 - 5 min.	Opdracht uitdelen of presenteren. De vraag is steeds om de regelmaat te zoeken zodat : Als de docent het nummer vertelt dan kan de leerling het aantal stippen berekenen.	

zie volgende pagina voor vervolg.

Aan de slag! (2/2)

Fase & tijd	Instructiestappen	Aandachtspunten
Probeer het probleem op te lossen. 8 - 10 min.	Leerlingen werken 3 minuten individueel aan het probleem, en 3 minuten samen. Opdracht a,b,c probeer je te maken; gaat het goed dan ook d en e.	Belangrijk is de manier waarop de leerlingen een regel of formule beschrijven. Mogelijk zullen niet veel de letter n gebruiken. Dit gedeelte is vrij kort: Als er leerlingen verschillende ideeën hebben, en een leerling heeft het kwadraat gevonden dan kan het besproken worden.
Klassikaal bespreken 12-15 min.	1. Inventariseer manieren om te tellen of systematisch op te tellen 2. Zorg dat iedereen kan uitleggen dat in figuur 4 het aantal stippen 4×4 is, dus 4^2 Snapt iedereen de regel $A = n^2$ Leg eens uit wat de A precies voorstelt? Elke leerling moet kunnen uitleggen waarom de formule past bij deze figuur.	Leerlingen formuleren misschien regels in woorden zoals 'kwadraat doen' 'nummer keer zichzelf'
Uitbreiden 12-15 min	Leerlingen werken nu in tweetallen aan opdracht 2. Geef duidelijk de aanwijzing dat leerlingen één van de drie formules moeten kiezen die precies past bij de situatie: <i>Als je het nummer van de figuur invult reken je met de formule het aantal stippen uit.</i> Er is een uitbreiding met een derde opdracht. Deze kan ook meegegeven worden als huiswerk, of in een volgende les centraal staan.	Leerlingen kunnen het lastig vinden dat je een soort als-dan redenering moet houden. Als het formule 1 zou zijn, dan komt er bij $n = 1$, 4 stippen uit, bij $n = 2$, 7 stippen uit. Dat lijkt te kloppen, maar voor $n = 3$ komt er 10 stippen. Maar het zijn 12 stippen. Dus is formule 1 niet goed.
Samenvatten & afsluiten 8-10 min.	Laat de leerlingen samenvatten/ of vat de samen de leerdoelen. Ook aandacht voor de manier van werken door de leerlingen.	

Oplossingen van leerlingen – opdracht 1

	Oplossingsrichtingen van de leerling	Ondersteuning van de docent
A	Leerlingen gaan tellen of tekenen Figuur 4 heeft 1,2,3,4... Figuur 7 tekenen	Kun je het ook berekenen?
B	Optel strategieën. Bijv. figuur 4 heeft 4+4+4+4 stippen. 1+3+5+7 stippen	Omdat het doel van deze les gericht is op het begrijpen van de kwadratische formule leerlingen ondersteunen om richting 4 x 4 te denken
C	Vermenigvuldigen Leerlingen zien het vierkante patroon of doen lengte keer breedte. figuur 4 heeft 4×4 stippen figuur 7 heeft 7×7 stippen regel figuur n heeft n×n stippen	
D	Leerling schrijft alleen het woord 'kwadraat'	Hoe kun je dit als berekening opschrijven?

Oplossingen van leerlingen – opdracht 2

	Oplossingsrichtingen van de leerling	Ondersteuning van de docent
A	Formule 1 klopt want de stippen kloppen bij de nummer 1 en nummer 2.	Check voor elk figuur of het klopt.
B	Oppervlakkige keuze over dat er een 3 in de formule staat.	Check voor elke figuur of het klopt
C	Het is formule 2, want het is hetzelfde aantal stippen als op werkblad 2, plus 3.	

Ondersteuning voor de docent

Waarom dit probleem?

In het schoolboek wordt soms snel de overgang gemaakt naar de kwadratische formule. Leerlingen moeten dan waarden invullen in de formule, soms zonder goed te begrijpen wat de essentie van een formule is. In deze les koppelen we de formule steeds aan een betekenis. Centraal staat dus het idee: Als we een nummer van een figuur weten, kunnen we met een formule het aantal stippen uitrekenen. Ook andersom is het mogelijk: als we het aantal stippen weten, kunnen we het nummer van de figuur berekenen.

De opdracht kan als ankerpunt dienen voor eventuele volgende opdrachten over kwadratische formules. Je kunt dan steeds terugdenken aan de stippencontext: wat vul je in en wat bereken je?

Probleemoplossingsvaardigheden

De eerste opdracht zal voor veel leerlingen niet erg moeilijk zijn. Tegelijkertijd hebben we ervaren dat veel leerlingen in de brugklas het nog complex vinden dat een formule wordt samengevat tot $A = n^2$ (in plaats van een uitspraak als: 'je moet het kwadraat doen' of 'het nummer keer zichzelf' of 'nummer x nummer').

In de latere opdrachten zullen de leerlingen moeten bedenken hoe de figuur en de formule aan elkaar gerelateerd zijn.

Vaardigheden zijn:

- Durven proberen helpt!
- Tijd nemen om de opdracht te snappen en het patroon te begrijpen.
- Soms helpt het om eerst naar de moeilijkere patronen te kijken (dan snap je het patroon sneller)
- Er zijn twee manieren om een formule te controleren: (1) Getallen voor n invullen en dan controleren of het aantal stippen klopt; Je moet dan wel meerdere getallen invullen, en je bent dan nog steeds niet helemaal zeker. (2) De vorm van de figuur koppelen aan de formule.

Differentiatie

Uitdaging: Bij opdracht 1 en 2 zijn uitbreidingsvragen voor leerlingen die uitdaging kunnen gebruiken. Opdrachten 1 d, 1 e en 2 c en 2 d kunnen tot een generalisering leiden zoals: hoe kun je nagaan of een figuur met A stippen bestaat (1d,e en 2c)? Of: Hoe kun je de formule terugzien de figuur?

Uitbreiding:

- Werkblad 2 kan gebruikt worden als uitbreiding
- Ook kun je leerlingen vragen om namen te bedenken voor de getekende figuren.