

Hoeken zoeken – Meetkunde

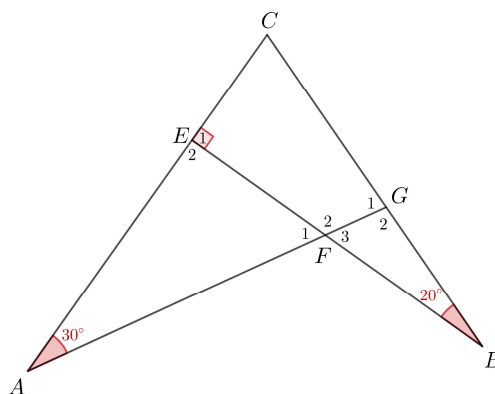
Doelgroep en aansluiting

- Niveau: **Brugklas havo/vwo**
- Onderwerp: **Berekenen van hoeken**
- Kerndoel(en): Geactualiseerde concept Kerndoelen rekenen en wiskunde (SLO, 2023)
 - **Kerndoel 1:** De school stimuleert een wiskundige attitude van leerlingen.
 - **Kerndoel 6:** De leerling redeneert over meetkundige figuren en plaatsbepalingen en voert meetkundige transformaties uit.
 - **Kerndoel 9:** De leerling lost wiskundige problemen en toepassingsproblemen op.
- Lesdoelen:
 - Deze les gaat over het berekenen van hoeken, gebaseerd op de regels 'overstaande hoeken', 'gestrekte hoeken', 'rechte hoeken' en 'hoekensom driehoek'.
 - Leerlingen leren dat ze de figuur goed kunnen bestuderen en vooruit kunnen redeneren op basis van de gegevens.
 - In deze en de volgende les is er aandacht voor het combineren van 'vooruit en terugredeneren'.
- Lesduur: **45 – 60 minuten**
- Benodigdheden (zie website tpwiskunde.nl):
 - **Werkblad – Hoeken zoeken**
 - **Een print of projectieslide met de gemarkeerde (drie)hoeken en voorkennis**

Het probleem

Probleem 1

Hiernaast zie je een figuur waarin enkele hoeken zijn gegeven. Bereken met behulp van de gegeven hoeken zoveel mogelijk andere hoeken.

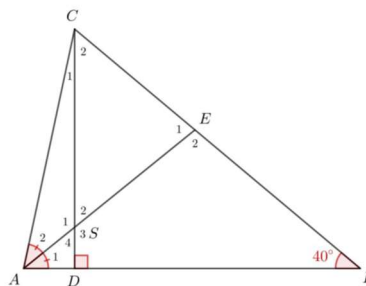


Probleem 2 (als uitbreiding of vervolgles)

Hiernaast zie je een figuur waarin enkele hoeken zijn gegeven. Bereken hoek E1 op twee verschillende manieren. Gegeven is

Hoek $A_{12} = 78^\circ$

Hoek $A_1 = \text{Hoek } A_2$



Aan de slag! (1/2)

Fase & tijd	Instructiestappen	Aandachtspunten
Inleiding 8 – 10 min.	Voorkennis: Welke regels hebben we gehad voor hoeken?	Herhalen van benodigde voorkennis : - Overstaande hoeken zijn gelijk. - Een gestrekte hoek is 180° - De hoekensom van een driehoek is 180° - Een rechte hoek is 90°
Begrijp het probleem 7 – 10 min.	Presenteer het probleem.	Vragen of de opdracht duidelijk is, of iedereen aan het werk kan.
Probeer het probleem op te lossen. 10 – 12 min.	Eerst enkele minuten geheel alleen werken, daarna in tweetallen. Wijs leerlingen erop dat ze hun werkwijze of berekening opschrijven Hint: gebruik 'afbeeldingen', waarin driehoeken zijn gemarkeerd.	Netjes noteren
Klassikaal bespreken 15-20 min.	1. Laat een leerling aan het woord die geen begin heeft kunnen maken of laat een leerling aan het woord die heeft gemeten. Kun je uitleggen waarom de opdracht lastig kan zijn of waarom de hoeken bent gaan meten. 2. Vraag iemand die op basis van de tekening ervan uit is gegaan dat G1 (of G2) een rechte hoek is. Of iemand die mogelijk gedacht heeft dat C 130 graden is. Laat andere leerlingen daarop reageren. 3. Vraag naar een mogelijke eerste en tweede stap. Laat leerlingen twee verschillende eerste stappen toelichten. E2 – F1... C – G1.... Na twee stappen stoppen. Daarna de vervolgoopdracht: • Als je was vastgelopen, probeer dan nu vervolgstappen te bedenken. • Als je meerdere hoeken had gevonden, probeer dan verschillende volgordes te bedenken. Inventariseer mogelijke volgordes (zie ook 'oplossingen van de leerlingen').	Aandacht voor hoe je redeneerstappen kunt opschrijven. Je kunt opeenvolgende stappen illustreren met afbeeldingen waarin (drie) hoeken gemarkeerd zijn (zie 'ondersteuning voor de docent')

Aan de slag! (2/2)

Fase & tijd	Instructiestappen	Aandachtspunten
Eventueel uitbreiden +10-15 min	Als er tijd is (of in een volgende les) presenteert probleem 2.	Check goed of duidelijk is wat de stippen in Hoek A1 en A2 betekenen. Hint: Je kunt redeneren naar de hoek toe OF je kunt redeneren vanuit de gegevens. Dus zie je het niet meteen, bereken dan hoeken die je weet. Dan lukt het ook! Denk altijd aan de middelen/regels die je kent.
Samenvatten & afsluiten 5-8 min.	Vraag elke leerling om op te schrijven wat ze geleerd hebben en welke idee van een andere leerling ze goed vonden. Vat eventueel zelf één of twee belangrijke boodschappen van de les samen	Zie 'ondersteuning docent'.

Oplossingen van leerlingen

	Oplossingsrichtingen van de leerling	Ondersteuning van de docent
A	Leerlingen gaan meten. Leerlingen die dit doen, hebben dit mogelijk nog nodig. Het kan helpen om de regels later goed toe te passen.	Meten mag. Kun je ook hoeken berekenen door te redeneren.
B	Leerlingen weten niet hoe ze moeten beginnen	Wijzen op de regels: welke kun je gebruiken?
C	Misconceptie: Leerlingen denken dat hoek G1 90° is.	
D	Misconceptie: Leerlingen denken dat hoek C $180 - 30 - 20 = 130^\circ$ is.	
E	Leerlingen maken een begin met hoeken die ze berekenen, maar lopen na enige tijd vast. Leerlingen zien niet alle driehoeken, zoals bijvoorbeeld driehoek EBC in figuur 5.76	
F	Misconceptie: Leerlingen denken dat Hoek F2 een overstaande hoek is van hoek B.	
G	Leerlingen gaan via de route: E2 (90) – F1 (60) – F2 (120) – F3 (60) – G2 (100) – G1 (80) – C (70) Of varianten hierop E2 – F1 – F3 – F2	

Ondersteuning voor de docent

Waarom dit probleem?

In deze les is vooral aandacht voor de strategie dat je bij dergelijke meetkundeproblemen vanuit de gegevens vooruit kan redeneren. Ook als later gevraagd wordt naar een specifieke hoek, kan het helpen om zowel vanuit de gegevens vooruit te denken, als vanuit de gevraagde hoek terug te denken (zie probleem 2)

Probleemoplossingsvaardigheden

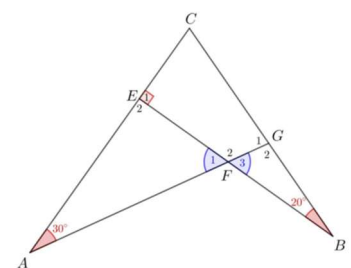
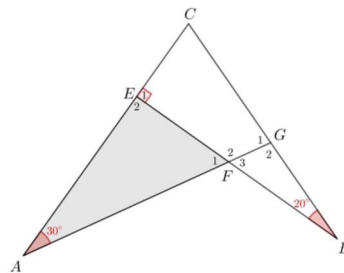
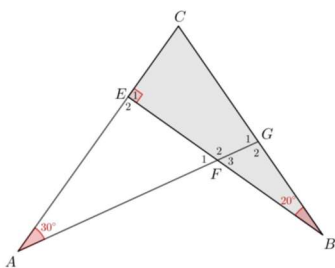
Je kunt (zowel in de les als in de samenvatting) aandacht hebben probleemoplossingsvaardigheden:

- Redeneren vanuit de gegevens kan je helpen om de figuur goed te begrijpen (heuristiek)
- Bedenk steeds welke regels je hebt geleerd en mogelijk kunt gebruiken (heuristiek).
- Probeer bekende figuren te vinden door flexibel te kijken (bijvoorbeeld driehoek BCE zie je mogelijk niet direct, maar je moet over 'lijnen' heen) .
- Flexibel zijn kan helpen, dus als de eerste aanpak niet helpt opnieuw kijken of een andere aanpak helpt (metacognitie, monitoren) .
- Controle kan door te schatten of het ongeveer lijkt te kloppen met de grootte van de hoek (metacognitie) .
- Ook als de figuur er heel moeilijk uit ziet: gewoon zoeken naar 'regels die te gebruiken zijn' (houding).

Differentiatie

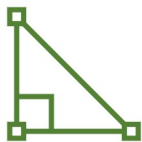
Ondersteuning:

- Gebruik afbeeldingen (zie hieronder).



Uitdaging:

- Zoek verschillende volgordes waarin je de hoeken kunt vinden.
- Wat valt op aan de hoekensom van vierkant EFGC. Kun je daar een regel voor vinden?



Werkblad - Hoeken zoeken

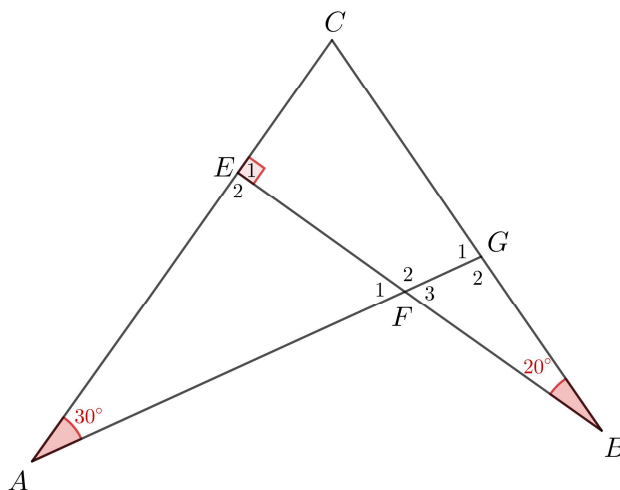
Hiernaast zie je een figuur waarin enkele hoeken zijn gegeven.

Bereken met behulp van de gegeven hoeken zoveel mogelijk andere hoeken.

Probleem 1

Hiernaast zie je een figuur waarin enkele hoeken zijn gegeven.

Bereken met behulp van de gegeven hoeken zoveel mogelijk andere hoeken.



Probleem 2 (als uitbreiding of vervolgles)

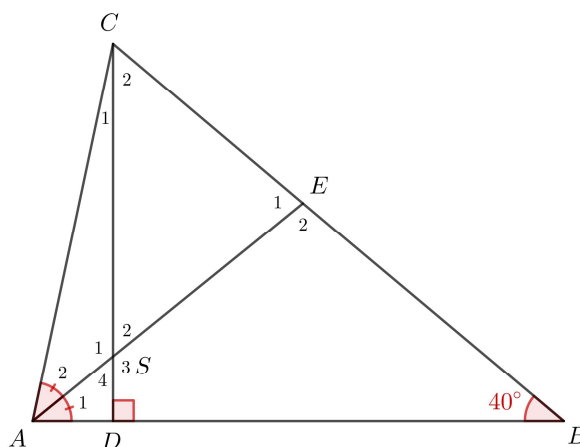
Hiernaast zie je een figuur waarin enkele hoeken zijn gegeven.

Bereken hoek E1 op twee verschillende manieren.

Gegeven is

Hoek $A_{12} = 78^\circ$

Hoek $A_1 = \text{Hoek } A_2$



Reflectie

Wat heb je van deze les geleerd?

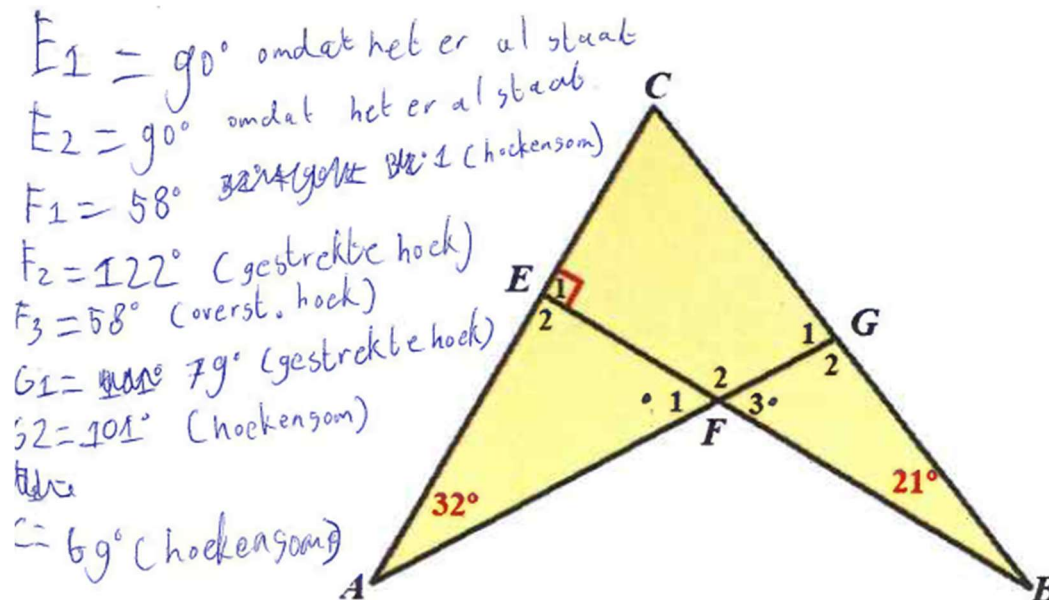
Welk idee van een medeleerlingen heeft je geholpen?

Observaties uit de les (1/2)

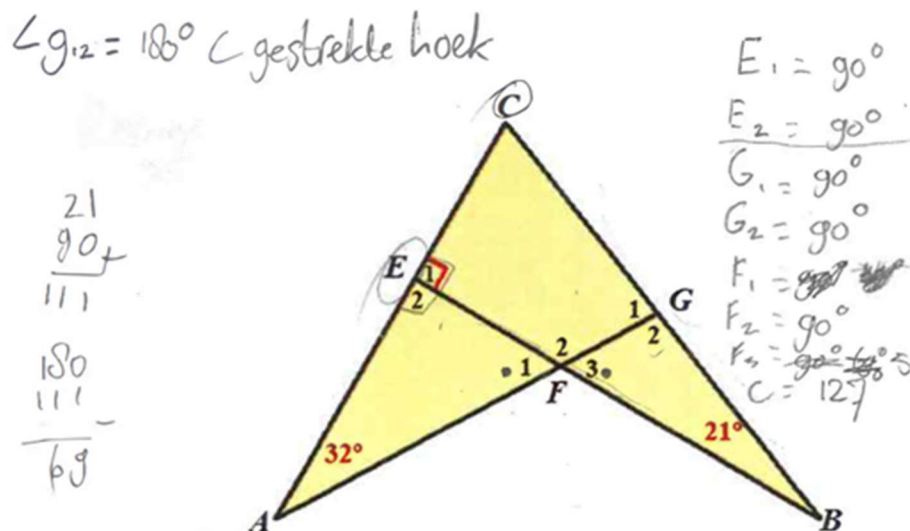
Naar aanleiding van de observaties zijn in de definitieve les de hoeken A en B aangepast naar respectievelijk 30 en 20 graden.

Ervaringen met de les

1. Geheel correct (behalve dat G2 waarschijnlijk voor G1 is berekend)



2. Er zijn enkele leerlingen die vinden dat hoek G1 = hoek G2 = 90 graden



Observaties uit de les (2/2)

3. Een mogelijke misconceptie Hoek F2 is samen met hoek B een gestrekte hoek.

$$F_2 = 159^\circ \text{ (gestrekte hoek)}$$

$$F_3 = 21^\circ$$

4. Er worden meerdere rekenfouten gemaakt. Ook is voor sommige leerlingen het rekenwerk lastig:

$$180 - 32 - 21 = 27^\circ$$

5. Er zijn leerlingen die veel ideeën hebben, maar niet alle hoeken vinden:

Handwritten calculations and notes:

- $\angle F_1 = 180^\circ - 32^\circ - 90^\circ = 58^\circ$ (hoekensom Δ)
- $\angle F_3 = \angle F_1 = 58^\circ$ (overstaande hoeken)
- $\angle G_2 = 180^\circ - 21^\circ - 58^\circ = 101^\circ$ (hoekensom Δ)
- $\angle E_2 = 90^\circ$
- $\angle E_1 = 90^\circ$ (rechte hoek)
- $\angle C = 180^\circ - 90^\circ - 21^\circ = 69^\circ$ (hoekensom Δ)
- $\angle F_2 = ?$
- $\angle G_1 = ?$

Diagram labels: A, B, C, E, G, F. Angles: 32° , 21° . Angle numbers: 1, 2, 3.

6. Er zijn leerlingen die weinig ideeën hebben; kunnen die ook meer ondersteund, uitgedaagd, bijvoorbeeld met afbeeldingen?